

A Tabu Search based heuristic for police units positioning

Nilson Felipe Matos Mendes
Departamento de Informática
Universidade Federal de Viçosa
Viçosa, MG, Brazil
Email: nilson.mendes@ufv.br

André Gustavo dos Santos
Departamento de Informática
Universidade Federal de Viçosa
Viçosa, MG, Brazil
Email: andre@dpi.ufv.br

Abstract—Public safety is one of most demanding areas in public administration, having direct consequences on people welfare. Creating crime containment strategies or providing a fast answer to emergency situations when they occurs is a challenge. In this paper, we use Operations Research techniques to solve a police units positioning problem, in order to maximize the profit associated with police coverage in a city. We propose a model to describe the problem, heuristic methods based on Tabu Search and a penalty function for infeasible solutions. The tests are performed using instances with real street network of three different cities. The results show the efficacy of the penalty method, increasing the number of feasible solutions found, the good quality of the solutions generated by the Tabu Search, and a low convergence time, even for large instances.

Keywords—Police units positioning, Optimization, Covering, Tabu Search

I. INTRODUÇÃO

A questão da segurança pública é um dos pontos chaves de qualquer política de bem estar social. É difícil pensar em qualidade de vida para a população sem que essa tenha segurança, principalmente nas áreas urbanas, onde os níveis de criminalidade costumam causar maiores preocupações do que em ambientes rurais.

No Brasil, em especial, o problema da segurança pública é motivo de preocupação há bastante tempo, por conta dos altos e crescentes índices de criminalidade. Por exemplo, em [1] é mostrado que a taxa de homicídios por 100 mil habitantes subiu de 11,7 em 1980 para um pico de 28,9 em 2003, e chegando a 27,1 em 2011. Com estes números, o Brasil se destaca como um dos países mais violentos do mundo [2].

Uma das medidas necessárias para reverter essa situação é criar um policiamento preventivo e responsivo eficiente, visando evitar que crimes sejam executados, e quando forem, agilizar o atendimento às vítimas e iniciar rapidamente a busca dos criminosos.

Entretanto, as táticas de policiamento são criadas tradicionalmente com base apenas na experiência dos agentes policiais, por percepções pessoais ou coletivas, muitas vezes sem base estatística. Porém, esta prática pode mostrar-se ineficiente, por diversos fatores, tais como: áreas de grande tamanho, distribuições pouco óbvias de ocorrências policiais ou mesmo inabilidade dos policiais para criar boas táticas.

Com o intuito de melhorar a tarefa de criar táticas de policiamento, uma das opções é servir a polícia de ferramentas computacionais para melhorar sua prestação de serviço e modelos integrados de gestão da segurança pública. Essa tendência já vem sendo observada desde os anos 70 nos Estados Unidos, Canadá e Europa [2], porém é ainda incipiente no Brasil.

Neste trabalho, a temática de criação de dispositivos computacionais para melhoria dos serviços policiais será abordada do ponto de vista da Pesquisa Operacional. Mais especificamente pelo uso de programação linear inteira e meta-heurísticas, tentar-se-á resolver o problema de posicionamento de unidades policiais em um meio urbano.

Este problema parte das premissas de que: (1) são necessários três fatores para a ocorrência de um crime (um ofensor motivado, um alvo disponível e ausência de um agente repressor [3]) e (2) uma vez que haja policiais próximos de uma certa localidade, estes fazem sua presença ser sentida por uma eventual delinquente. Desta maneira, para se diminuir a quantidade de crimes que acontecem em um certo local, é preciso fazer com que haja uma cobertura deste por policiais posicionados a uma distância razoável de qualquer ponto.

Deste modo, dada uma quantidade pré-definida de policiais, cada um com um raio de ação limitado e dependente basicamente da forma que usam para se locomover (viaturas, bicicletas, a pé, etc...), devemos encontrar a melhor maneira de posicionar estes policiais de tal forma que unidas as suas áreas de ação, tenhamos uma cobertura com um máximo lucro associado. Trabalhamos ainda com a restrição de que, dobrando-se o raio de ação das unidades, todas as ruas da área investigada devem ser cobertas.

Na seção II, é apresentado um resumo sobre trabalhos na área de Pesquisa Operacional que lidam com problemas de serviços policiais e as abordagens utilizadas para resolvê-los. Já na seção III, é descrito o modelo matemático utilizado para definir formalmente o problema (seção III-A), bem como heurísticas destinadas a resolvê-lo (seções III-B e III-C) e os mecanismos de penalização de respostas infactíveis (seção III-D). Na seção IV são descritos os testes realizados e as instâncias utilizadas. E por fim, na seção V, são exibidos os resultados obtidos por estas heurísticas e a comparação destes com os resultados obtidos via modelo matemático.

II. REFERENCIAL TEÓRICO

Problemas relacionados à manutenção da segurança pública são tratados na Pesquisa Operacional desde o início dos anos 70 [4], com modelos simples e determinísticos visando basicamente responder perguntas como quantos policiais seriam necessários para patrulhar uma determinada área. No estado atual, as abordagens são bastante diversificadas e os problemas são descritos de forma determinística ou estocástica através de modelos de cobertura (no caso de alocação de viaturas ou recursos), roteamento (para patrulhamento preventivo), dimensionamento de efetivo, ou modelos de filas (para estratégias de atendimento de chamadas de serviço).

Um dos trabalhos pioneiros foi o *Patrol Car Allocation Model* (PCAM), criado por Chaiken em 1975 [5] e que tinha por fim auxiliar o dimensionamento de tropas policiais. Sobre esse trabalho, ainda nos anos 80, Saladin [6] elaborou um modelo de *goal programming* que utilizava as simulações do PCAM como uma das fases de sua análise.

A partir daí, uma vasta gama de abordagens foi utilizada. Grande parte delas se apoia no conceito de *hot spot*, ou zonas quentes, que são áreas com um maior índice histórico de ocorrências de crimes ou chamadas de serviço. Por exemplo, Chawathe [7] utiliza os *hot spots* para guiar a construção de rotas de patrulhamento. Ao modelar-se a cidade como um grafo, onde cada rua (aresta) tem um peso (ou lucro) e um comprimento, procura encontrar o caminho fechado mais denso com k arestas e o menor caminho mais denso com k arestas, onde a densidade é medida pela razão entre peso e comprimento das ruas. Já em Li et. al. [8], partindo-se do princípio que rotas fixas são ineficientes, tenta-se criar rotas de patrulhamento também guiadas pela localização dos *hot spot*. Por fim, fugindo do conceito de *hot spot*, mas ainda tratando de problemas de roteamento, temos o trabalho de Takamiya e Watanabe [9], que se baseia em uma versão do problema de Roteamento Periódico Capacitado por Arcos para montar suas rotas de patrulhamento.

Outros trabalhos focaram nos problemas de cobertura e delimitação de distritos policiais. Embora não sejam o mesmo problema, eles de certa maneira se sobrepõem, pois na maioria dos trabalhos, policiais ou carros alocados para cobrirem determinada região ficam responsáveis principalmente ou exclusivamente por elas, criando de certa maneira distritos. Entre os trabalhos que lidam com o problema de cobertura, podemos destacar [10], que visa obter a cobertura com maior lucro associado através de utilização de unidades com diferentes poderes de alcance e [11] que trabalha com o conceito de *backup coverage*, onde mais de uma unidade pode ficar responsável por uma área específica. O problema de criação de distritos foi tratado por Zhang e Brown [12], através de uma simulação baseada em agentes e Amico et. al. [13] que utiliza um algoritmo baseado em Simulated Annealing e o PCAM, buscando criar uma divisão eficiente em distritos da cidade de Buffalo, New York.

Em dois trabalhos, ([14] e [15]), é feita uma abordagem que mistura a maximização da cobertura e da eficiência das rotas de patrulhamento. No primeiro trabalho, é feita uma comparação entre dois modelos (um sendo uma variante do modelo de caixeiro viajante e outro do problema de *p-medianas*) através de dados reais da cidade de Natal. No

segundo, o foco é o patrulhamento de trânsito visando diminuir a ocorrência de acidentes. Através novamente do uso do conceito de *hot spot*, tenta-se fazer com que as viaturas se desloquem e permaneçam nas zonas mais perigosas durante o período do dia em que elas apresentam um maior risco, se assemelhando a uma estratégia de *team orienteering problem with time window* (TOPTW).

Os trabalhos mais recentes vem se concentrando principalmente em modelagens estocásticas [4], [16], [17], sendo que esse último utiliza um interessante modelo de *fuzzy goal programming* em um problema de patrulhamento do trânsito. Em [18] um processo de decisão de Markov é usado para modelar rotas de patrulhamento. Outra vasta área de investigação, já um pouco mais afastada da Pesquisa Operacional é a modelagem multi-agente, da qual citamos dois trabalhos brasileiros, o de Melo, Furtado e Coelho [19] e o de Vasconcelos [20].

Pode-se destacar ainda alguns softwares, listados por Cançado [21], que fazem uso de bancos de dados e sistemas de informações geográficas para apoiar o registro de eventos e sua análise. Entre eles, temos o sistema ReCap [22], que une técnicas de *data mining* e fusão de dados para análises criminológicas; o ExpertCop [23], que serve de treinamento para policiamento preventivo; o COPLINK [24], que permite, por exemplo, a ligação entre informações para auxílio em investigações; e o projeto [25], desenvolvido na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), que é um software de georreferenciamento que utiliza dados de ocorrências policiais para gerar visualizações de estatísticas sobre a criminalidade.

Cabe salientar que os problemas acima estão inseridos em um conjunto maior de problemas, que engloba outros problemas de resposta a emergências. Nele incluem-se, além de problemas que envolvem serviços de polícia, atendimento médico de emergência, contenção de incêndios, entre outros.

De fato, existem várias semelhanças entre esses serviços: eles devem ser prestados em um determinado local em um determinado prazo [26], que são bastante restritos e interferem diretamente na qualidade do serviço. Em todos os casos, também devem estar contidos, dentro deste prazo, os tempos necessários para que os prestadores do serviço obtenham as informações sobre a solicitação, se preparem para atendê-la e cheguem a quem a solicitou. Desta maneira, tanto a distância em que os solicitantes estão dos prestadores de serviço, quanto a forma utilizada para a locomoção são relevantes.

Tal proximidade gera trabalhos tratando problemas parecidos com os que foram citados anteriormente. Em [27] são listados modelos que lidam com alocação e realocação de ambulâncias em áreas urbanas. Posteriormente a publicação desta listagem, em [28] se propõe um modelo de alocação e realocação de ambulâncias visando maximizar a cobertura com reforço. Nele, são consideradas as variações de tráfego, capacidade de cobertura com reforço e capacidade das ambulâncias, em uma abordagem que poderia ser adaptada para a tática de patrulhamento com viaturas. Em outros trabalhos, o foco está nos modelos de fila, baseados no *hyperqueuing model*, como o proposto por Rajagopalan, Saydam e Xiao [29], um não-linear de *set covering* que leva em consideração as variações de pedidos de atendimento durante o dia, ou o de Budge, Ingolfsson e Erkut [30] em que se tenta melhorar o serviço de envio de ambulâncias para o atendimento das chamadas e

também o de Takeda, Widmer e Morabito [31] onde é feita uma análise sobre a eficiência da descentralização de serviços de emergência utilizando o *hyperqueuing model*. Outros trabalhos [32] [33] utilizam modelos de programação estocástica para descrever serviços de emergência.

Entretanto, as diferenças entre estes universos são grandes o suficiente para impedir a direta implementação de soluções encontradas em um deles nos outros. A prestação de serviços policiais não tem uma característica predominantemente responsiva como o serviço de atendimento médico de urgência ou combate a incêndios. Parte do trabalho policial é preventivo, com base no patrulhamento das ruas, identificação de áreas de risco ou delinquentes em potencial e até mesmo ações educativas de direção segura ou combate ao uso de entorpecentes, entre outros. Embora médicos e bombeiros também promovam ações preventivas, elas tem uma natureza e resultados distintos da prevenção ao crime. Por exemplo, uma viatura policial passando por uma determinada região pode evitar que um delito ocorra (evitando uma solicitação de serviço) ou que um criminoso tenha êxito na sua ação. Porém uma ambulância fazendo o mesmo não impede que uma pessoa sofra um infarto ou um AVC.

Outro ponto é a mobilidade dos recursos policiais. Em uma chamada para uma ocorrência de grandes proporções, é bem mais fácil um batalhão mover armas, homens e viaturas para o local do que um hospital mover seu instrumental e estrutura.

Desta forma podemos ver que, embora se possa usar algumas soluções de estudos relacionados a outros serviços de emergência, o patrulhamento policial tem características únicas que o tornam interessante.

III. MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta seção são apresentados o modelo matemático utilizado para descrever o problema formalmente, as heurísticas propostas para resolvê-lo e o método de penalização de respostas inviáveis usado para fazer com que estas gerem respostas viáveis.

Para todos os métodos testados, foram utilizadas cidades reais modeladas como um grafo $G = (V, E)$ ponderado e direcionado, tal que dois nós (cruzamentos) $v, w \in V$ são adjacentes sempre são unidos por duas arestas $e_1, e_2 \in E$ (ruas), uma indo de v para w e outro fazendo o sentido contrário. Cada rua $r \in E$ possui um lucro l_r associado a sua cobertura por unidades policiais e um comprimento d_r (distância entre seus cruzamentos limitantes). A partir disto, é calculado o tempo necessário para cada tipo de unidade ir de um ponto ao outro da cidade. Uma vez que a via seja de mão única, considera-se um acréscimo de 50% no tempo necessário para percorrer o trecho no sentido da contramão para todos os veículos motorizados, visando simular a dificuldade dessas unidades para percorrer o trecho. Além disso, algumas arestas representam ruas que não podem ser transitadas através de veículos motorizados. Para modelá-las, foi considerado que o tempo necessário para percorrê-las utilizando veículos motorizados é infinito.

Para cada cidade, a entrada contém ainda um conjunto U de unidades policiais disponíveis. Cada unidade possui um tipo $i \in Q$ (tal que Q é o conjunto de todos os tipos de unidades),

que define as condições de mobilidade desta (motorizada, hábil a percorrer vias estreitas ou irregulares). Para cada um desses tipos, é definida também a quantidade U_i de unidades disponíveis.

Para se dizer se uma unidade alocada em uma esquina v cobre uma rua r , é definido um tempo limite T_{MAX} para sair de v e chegar a um das esquinas de r , considerando as correções de tempo tais como tratadas nos parágrafos anteriores. Sendo assim, para cada tipo de unidade $i \in Q$ e trecho de rua $r \in E$ e cruzamento $j \in V$, são definidos os valores binários p_{rji} e p'_{rji} , que valem 1 se uma unidade do tipo i localizada em j consegue chegar (cobrir) ao trecho r em tempo T_{MAX} e $2T_{MAX}$ respectivamente, e 0 caso contrário. O tempo T_{MAX} é usado para definir cobertura e $2T_{MAX}$ como garantia mínima de proximidade.

A. Modelo matemático

O modelo matemático utilizado para descrever este problema é uma versão condensada do proposto em [10] e também uma versão do modelo de cobertura máxima com restrição de obrigatoriedade de proximidade, definido por Church e ReVelle [34], com algumas semelhanças também com o modelo de cobertura máxima gradual [35]. O modelo se difere do descrito em [34] por ter facilidades com diferentes alcances e se difere do descrito em [35] pelo fato das graduações serem consideradas nas restrições e não na função objetivo.

Neste modelo, assume-se que cada rua (trecho de via urbana compreendido entre dois cruzamentos) possui um comprimento, um sentido de movimentação, restrições de passagens de certos tipos de veículos e uma importância (ou lucro) associado a necessidade de ser coberta por uma unidade policial. O tempo para percorrer as ruas leva em consideração a velocidade média que pode ser obtida em uma via, o sentido que a unidade está trafegando (mão, contramão), o tipo de unidade (unidades sensíveis a contramão, como carros e motos, ou insensíveis, como unidades a pé) e o comprimento da rua. Todas essas informações já são disponibilizadas nas instâncias, exceto a correção do tempo necessário para percorrer uma via em contramão, que é corrigido no processamento dos dados para os tipos de unidades sensíveis a essa restrição.

Para construção do modelo são usadas as seguintes variáveis de decisão:

- x_{ij} : variável que indica a quantidade de unidades do tipo i alocadas no vértice j
- a_r : variável binária igual a 1 se o trecho de rua r é coberto por alguma unidade policial dentro do tempo T_{MAX}
- a'_r : similar a anterior, mas com tempo $2T_{MAX}$

O dito modelo é mostrado abaixo:

$$\max Z = \sum_{r \in E} l_r a_r \quad (1)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} \leq U_i, \quad \forall i \in Q \quad (2)$$

$$a_r \leq \sum_{i \in Q} \sum_{j \in V} p_{rji} x_{ij} \quad \forall r \in E \quad (3)$$

$$a'_r \leq \sum_{i \in Q} \sum_{j \in V} p'_{rji} x_{ij} \quad \forall r \in E \quad (4)$$

$$\sum_{r \in E} a'_r = |E| \quad (5)$$

$$x_{ij} \in \mathbb{Z}^+, \quad \forall i \in U, j \in V \quad (6)$$

$$a_r \in \{0, 1\}, \quad \forall r \in E \quad (7)$$

$$a'_r \in \{0, 1\}, \quad \forall r \in E \quad (8)$$

Na função objetivo (1), é contabilizado o lucro de todas arestas que são cobertas (alcançadas em tempo T_{MAX}) por ao menos uma unidade policial.

Na restrição (2) é definido o número máximo de unidades de cada tipo que pode ser alocado. Pelas restrições (3), o valor da variável que define se uma aresta é coberta é definido através da verificação se existe alguma unidade alocada em um ponto suficientemente próximo desta aresta. Em (4) é feita basicamente a mesma coisa, mas a distância considerada é dobrada. Por fim, na restrição (5), temos a questão da gradação da cobertura sendo tratada, garantindo que toda aresta deve ser alcançada por ao menos uma unidade policial num tempo máximo $2T_{MAX}$. A restrição 6 indica a integralidade das variáveis x_{ij} e as demais restrições indicam que todas as outras variáveis são binárias.

B. Heurística construtiva gulosa

Uma heurística construtiva gulosa é utilizada neste trabalho como geradora de uma resposta inicial para ser utilizada pela busca tabu. A heurística construtiva proposta produz uma solução através de uma solução inicialmente vazia, que vai sendo construída passo a passo através de estratégias gulosas (que podem ser ou não ótimas) até que se chegue a uma solução completa. No caso deste problema, a cada passo é escolhido um vértice do grafo onde é alocada uma unidade aleatoriamente escolhida. Os vértices são escolhidos até que acabem as unidades disponíveis.

Foram testadas diversas variações dessa heurística construtiva, para verificar sua eficiência em garantir uma boa solução inicial.

Em uma delas, o objetivo era o “melhor vértice”. Uma das abordagens foi avaliar os vértices que, para dado o tipo de unidade previamente e aleatoriamente escolhido, gerassem uma maximização do lucro associado a cobertura feita, sem considerar a questão de factibilidade ou penalizações e descartando o lucro associado a arestas já cobertas por outras unidades em iterações anteriores. Já outra abordagem consideraria os vértices que, dado um tipo de unidade a ser alocado, cobrissem mais arestas em tempo $2T_{MAX}$, em uma estratégia de maximização da factibilidade.

Após definida uma ordem de preferência dos vértices (em que os vértices mais bem avaliados pelos critérios do parágrafo anterior tinham uma maior preferência), é necessário escolher qual é o vértice que realmente receberá a unidade já

selecionada. Em uma das variações, o melhor vértice (seja qual fosse o critério) era o escolhido, já em outra, um entre uma elite dos 5% entre os melhores.

Uma última variação foi a eliminação de vértices pertencentes a arestas já cobertas por unidades previamente alocadas do *ranking* de melhor vértice. Ou seja, se na primeira iteração uma unidade alocada em um vértice v_i cobrisse n arestas, nenhum vértice pertencente a uma dessas $n\%$ seria incluído no *ranking* de lucratividade dos vértices. Desta maneira, o vértice não seria considerado o melhor ou um dos melhores.

Desta maneira, na heurística construtiva aqui proposta, a cada iteração, se define o lucro (ou o ganho em factibilidade) da alocação de uma unidade em cada um dos vértices (ignorando ou não os vértices de arestas já cobertas por alguma unidade), escolhe-se o melhor vértice (o de maior lucro ou de maior ganho de factibilidade) ou um entre os 5% melhores, e atualiza-se quais as arestas foram cobertas (em tempo T_{MAX} e $2T_{MAX}$). O número de iterações corresponde ao número de unidades disponíveis.

C. Busca Tabu

A busca tabu é uma meta-heurística baseada em busca local em que algumas alterações na resposta corrente são proibidas de serem realizadas por um certo número de iterações. Estas alterações proibidas ficam armazenadas em uma estrutura chamada lista tabu, de onde vem o nome do algoritmo.

Em nossa abordagem, mostrada no Algoritmo 1, inicializamos o algoritmo com a heurística construtiva descrita na seção anterior. Após isso a busca local é iniciada.

Assim como no caso da heurística construtiva, foram testadas diversas variações da busca tabu. Buscou-se experimentar o critério de parada, as buscas locais realizadas e a presença ou não de perturbação.

Na busca local, uma das unidades da solução é escolhida aleatoriamente (linha 6) e avalia-se qual o melhor vértice de uma determinada vizinhança é o melhor para se alocar esta unidade (linha 9 a 14). A vizinhança é definida em uma das três formas dependendo da variação do algoritmo: (1) vértices adjacentes do vértice onde a unidade se localiza atualmente; (2) cinco (ou dez) vértices escolhidos aleatoriamente entre os pertencentes a arestas cobertas pela unidade em sua atual posição dentro do tempo T_{MAX} ; (3) cinco (ou dez) vértices escolhidos aleatoriamente entre os vértices cobertos pela unidade em sua atual posição dentro do tempo $2T_{MAX}$. A escolha de cinco vértices nos itens (2) e (3) citados acima se deve ao fato de tentar manter-se uma vizinhança de tamanho semelhante à utilizada no item (1). Ao contrário da heurística construtiva, aqui sempre se considera o vértice que gere a melhor resposta, considerando o valor de função objetivo com as penalizações por infactibilidade.

Após escolhido o melhor vértice, verificam-se as condições da busca tabu, para que se possa verificar se o movimento é válido (linhas 15 e 18). O algoritmo tem como critério de parada um número máximo de iterações sem melhoras (que pode ser $2|U|$, $3|U|$, $4|U|$ de acordo com a variação testada).

Por fim, em uma das variações do método, a cada $|U|$ iterações sem melhora, é executada uma intensificação da

Algoritmo 1 Pseudocódigo da busca tabu

```

1:  $s^* \leftarrow$  heuristicaConstrutiva()
2:  $s \leftarrow s^*$ 
3:  $itSemMelhoras \leftarrow 0$ 
4:  $melhorObj \leftarrow$  funcObj( $s^*$ )
5: while  $itSemMelhoras < Max\_It\_Sem\_Melhora$  do
6:    $rem \leftarrow$  sorteiaUnidade( $s$ )
7:    $s' \leftarrow s - rem$ 
8:    $itSemMelhoras \leftarrow itSemMelhoras + 1$ 
9:   for all  $viz$  in vizinhos( $rem$ ) do
10:     $obj \leftarrow$  testaFuncObjetivoVizinho( $s', viz$ )
11:    if (satisfazCondicaoTabu( $s', s^*, viz$ ))
12:  and  $obj > objMelhor$ ) OR  $melhorGeral(s', viz)$  then
13:     $melhorVizinho \leftarrow viz$ 
14:     $melhorObj \leftarrow obj$ 
15:  if satisfazCondicaoTabu( $s', s^*, melhorVizinho$ ) then
16:     $s' \leftarrow s' + melhorVizinho$ 
17:     $s \leftarrow s'$ 
18:  if  $melhorGeral(s', melhorVizinho)$  then
19:     $s^* \leftarrow s' + melhorVizinho$ 
20:     $itSemMelhoras \leftarrow 0$ 
21:  //INTENSIFICACAO
22:  if  $itSemMelhoras \% |U| == 0$  AND
 $itSemMelhoras > 0$  then
23:     $fazIntensificacao()$ ;
```

busca local (linhas 22 e 23), visando gerar soluções viáveis. Nessa intensificação, tenta-se alocar, uma a uma, todas as unidades que não tenham restrição de acesso (ou seja, possam trafegar por ruas estreitas, calçadas, escadas) próximas a arestas não cobertas em tempo $2T_{MAX}$ no seguinte esquema: (1) Escolhe-se uma unidade sem restrição de acesso, (2) coloca-se essa unidade em um vértice de alguma aresta não coberta em tempo $2T_{MAX}$, (3) a unidade com maior intersecção de área coberta com a unidade realocada (considerando a nova posição) é levada para a posição original da unidade realocada, (4) faz-se uma busca local em 15 dos nós cobertos em tempo $2T_{MAX}$ pela unidade realocada em sua nova posição, para fazer um ajuste mais fino da nova posição dessa unidade. O tamanho da vizinhança foi definido após testes com vários valores. O processo segue até que as arestas não cobertas em tempo $2T_{MAX}$ antes da intensificação sejam todas cobertas ou se esgotem as opções de unidades passíveis de troca (considerando que nenhuma unidade é trocada de lugar mais de uma vez e que uma unidade de acesso restrito sempre vai pro lugar de uma de acesso irrestrito, a cada iteração).

D. Estratégia de penalização de soluções inviáveis

Nesta seção fazemos uma avaliação da estratégia de penalização de soluções inviáveis utilizada em [10] e propomos uma nova penalização que mostraremos ser mais eficiente.

No modelo que está sendo resolvido pela heurística no artigo citado, a função objetivo é uma versão modificada da expressão representada em (1). Nesta versão, soma-se o lucro relacionado a todas as arestas cobertas por alguma viatura em tempo máximo T_{MAX} e na ocorrência de uma resposta não factível, o valor da aresta não alcançável em tempo $2 * T_{MAX}$

é subtraído do valor da função objetivo, gerando a expressão abaixo:

$$\begin{aligned} \max Z &= \sum_{r \in E} l_r a_r - \sum_{r \in E} l_r (1 - a'_r) \\ &= \sum_{r \in E} l_r (a_r + a'_r) - \sum_{r \in E} l_r \end{aligned} \quad (9)$$

Como o somatório dos lucros na parte mais a direita de (9) é constante, ele não influencia na otimização, podendo ser descartado. Isto leva à função objetivo penalizada:

$$\max Z = \sum_{r \in E} l_r (a_r + a'_r) \quad (10)$$

O ponto fraco desta abordagem é que, embora soluções em que muitas arestas não sejam cobertas em tempo $2 * T_{MAX}$ tendam a ter valores de função objetivo piores do que soluções em que há poucas ou nenhuma aresta não coberta nesse prazo, não há garantias nenhuma disso. De maneira mais específica, não se pode afirmar, através da equação (10), que uma solução factível tenha um valor de função objetivo maior do que uma solução infactível, como mostraremos a seguir.

Seja S_f o conjunto das soluções factíveis do modelo (expressões (1) a (8)) e S_i o conjunto das soluções infactíveis do mesmo modelo. Temos assim, que qualquer penalização deveria satisfazer $MAX(S_i) \leq MIN(S_f)$.

Pode-se modelar $MAX(S_i)$ como uma variante do modelo original, com a função objetivo tal qual na expressão (10) e a restrição descrita na expressão (5) alterada para:

$$\sum_{r \in E} a'_r \leq |E| - 1 \quad (11)$$

Na inequação (11) dizemos que se a solução é infactível, ao menos uma aresta não é coberta em tempo $2T_{MAX}$, o que nos dá condição de definir um limite superior para $MAX(S_i)$.

$$MAX(S_i) \leq \max \left(\sum_{r \in E} l_r a_r + \sum_{r \in E} l_r - \min_{r \in E} l_r \right) \quad (12)$$

Já para modelar $MIN(S_f)$, basta mudar a função objetivo (10) para uma função de minimização, mantendo o restante do modelo tal qual o original.

Considerando que todos os nós de uma solução factível estarão cobertas em tempo $2T_{MAX}$, devemos ter, para algum $k \in E$, que:

$$\begin{aligned} MIN(S_f) &\geq MAX(S_i) \implies \\ \min \left(\sum_{r \in E} l_r a_r \right) &\geq \max \left(\sum_{r \in E} l_r a_r + \sum_{r \in E} l_r - \min_{r \in E} l_r \right) \end{aligned} \quad (13)$$

Mantendo a obediência as restrições de $MAX(S_i)$ e $MIN(S_f)$, é fácil observar que a situação descrita em (13)

não se verifica, pois o somatório de todos os lucros menos o desconto $\min_{r \in E} l_r$ é maior do que zero. Isto indica que a penalização adotada em [10] não é a mais apropriada para guiar a heurística de uma solução infactível para uma factível. E é a partir daí que propomos uma nova maneira de penalizar as soluções infactíveis obtidas nas heurísticas descritas anteriormente.

Seja W o maior lucro de uma unidade da instância, desconsiderando a restrição (5). Uma vez adotada a constante W como o valor da penalização para cada aresta não coberta em tempo $2T_{MAX}$, temos:

$$MAX(S_i) = \max Z = \sum_{r \in E} l_r a_r + \sum_{r \in E} a'_r W \quad (14a)$$

$$MIN(S_f) = \min Z = \sum_{r \in E} l_r a_r \quad (14b)$$

Considerando as mesmas estratégias para definição de limite superior de $MAX(S_i)$ e definindo K como o número de arestas não cobertas em tempo $2T_{MAX}$, temos que para qualquer $K \geq 1$:

$$MIN(S_f) \geq MAX(S_i) \implies \min(\sum_{r \in E} l_r a_r) \geq \max(\sum_{r \in E} l_r a_r) - KW \quad (15)$$

Sabendo-se que W é maior ou igual que a contribuição individual na função objetivo de qualquer unidade e considerando $K = |U|$, pode-se afirmar com segurança que:

$$\min(\sum_{r \in E} l_r a_r) \geq \max(\sum_{r \in E} l_r a_r) - |U|W \quad (16)$$

Agora resta fazer com que as soluções infactíveis tenham maior valor de função objetivo à medida que se aproximem de se tornar factíveis (ou seja, à medida que mais arestas sejam cobertos em tempo inferior a $2T_{MAX}$).

Uma vez que já temos um limitante inferior para o valor da função objetivo de uma solução viável, como mostrado em (16), definamos a variável N como a quantidade de arestas não alcançáveis em tempo $2T_{MAX}$. Podemos então definir a penalidade $P(N)$ sobre o valor da função objetivo como sendo:

$$P(N) = \begin{cases} (N+1)W & \text{se } N \geq |U| \\ (|U| + \frac{N}{|U|})W & \text{se } N < |U| \end{cases} \quad (17)$$

Na expressão acima, pode-se ver que qualquer que seja a quantidade de arestas não cobertas em tempo inferior a $2T_{MAX}$, a penalidade será de pelo menos $(|U| + \delta)W$, onde δ representa um valor qualquer maior do que zero. Além disso, esta penalidade gera saltos maiores no valor da função objetivo quando muitas arestas não foram cobertas em tempo inferior a $2T_{MAX}$, tornando mais rápida a convergência para soluções factíveis.

IV. DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS

Os algoritmos expostos nesse artigo foram testados com instâncias baseadas em dados reais de três cidades do estado de Minas Gerais: Governador Valadares (aprox. 250 mil habitantes, $|V| = 6390, |E| = 17974$), Salinas (aprox. 40 mil habitantes, $|V| = 1093, |E| = 3230$) e Viçosa (aprox. 90 mil habitantes, $|V| = 2125, |E| = 5100$). A primeira cidade é uma das cem mais populosas do Brasil e é abordada pela primeira vez neste trabalho. Já no caso das outras duas cidades, suas instâncias correspondem a versões expandidas das instâncias utilizadas em [10].

Para a cidade de Governador Valadares foram criadas três instâncias, com 40, 50 e 55 unidades respectivamente. Para a cidade de Salinas, foram criadas 4 instâncias, com 6, 8, 9 e 10 unidades. Já para a cidade de Viçosa, foram 4 instâncias, duas com 12, uma com 14 e outra com 16 unidades. O número de unidades foi baseado no número total de policiais militares em cada uma destas cidades, sem que se considerasse, porém, as escalas de horários destes.

Foi definido ainda um raio de ação para cada tipo de unidade, de acordo com uma estimativa de distância percorrida em média por cada uma delas em um tempo de 4 minutos (segundo os resultados estatísticos obtidos em [36]), sendo essa distância de 1 km para viaturas, 1,3km para motos e 0,5 km para policiais a pé. Cabe reforçar, entretanto, que uma aresta só é considerada coberta por uma unidade se um dos vértices desta aresta estiver a uma distância menor que o raio de ação da unidade e que alguns tipos de unidades não podem passar por algumas arestas ou só podem passar em uma velocidade reduzida.

Com isto, foi gerado o conjunto de instâncias mostrado na Tabela I. Tais instâncias não estão ainda disponíveis livremente na *web*, mas podem ser enviados aos autores que demonstrem interesse em obtê-las.

Tabela I. CONFIGURAÇÃO DAS INSTÂNCIAS TESTADAS

Cidade	Tamanho $ V $ $ E $	ID	Nº de unidades			TOTAL
			viaturas	pedestres	motos	
Governador Valadares	6390 17974	G1	15	10	15	40
		G2	20	15	15	50
		G3	20	15	20	55
Salinas	1093 3230	S1	3	3	0	6
		S2	4	4	0	8
		S3	5	5	0	10
		S4	3	3	3	9
Viçosa	2125 5100	V1	6	6	0	12
		V2	7	7	0	14
		V3	8	8	0	16
		V4	4	4	4	12

Cada variação testada dos algoritmos foi executada 40 vezes para cada instância. Uma vez que era pouco prático testar as centenas de combinações possíveis das variações dos algoritmos apresentados neste texto, foram realizados testes em um pequeno subconjunto destas, selecionadas através de análise da eficiência de cada variação. As combinações testadas serão explicitadas na exposição dos resultados.

Todos os testes foram realizados em uma máquina com 8GB de memória RAM, processador Intel Core i5-3330 de 3,00 GHz e sistema operacional Windows 8. Os códigos foram construídos em C++ e compilados utilizando a IDE Microsoft Visual Studio Express 2012 for Windows Desktop.

com configuração padrão. Não foram realizados testes em campo para verificar a eficiência dos métodos propostos aqui em situações reais e cotidianas da polícia.

V. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O primeiro teste foi de viabilidade de resolução do modelo utilizando o software de otimização Cplex em sua versão 12.4. Para as instâncias de Viçosa e Salinas as soluções apresentaram tempos baixos, que permitiria a utilização do modelo matemático implementado no Cplex para a obtenção de respostas ótimas, a despeito dos altos tempos obtidos por [10] com o software Symphony.

Para uma das instâncias de Valadares, entretanto, o Cplex não conseguiu encontrar nenhuma resposta, ou verificar a factibilidade do problema, no tempo máximo especificado (1 hora). A factibilidade desta instância entretanto pode ser verificada através da heurística proposta neste trabalho. Nas outras duas instâncias, foram obtidas as respostas ótimas através do CPLEX, mas com tempos de execução superiores a 20 minutos.

Um dos testes relacionados às heurísticas efetuado foi da penalização da função objetivo proposta na busca tabu. Como dito anteriormente, buscava-se com esta penalização melhorar o processo de caminhada da heurística rumo a respostas factíveis. Sendo assim, avaliou-se a quantidade de respostas factíveis geradas com cada uma das penalizações.

Como pode ser visto na Tabela II, em sete das oito instâncias, a nova penalização provocou uma melhora na quantidade de soluções factíveis geradas, em especial em instâncias menores o ganho foi mais evidente. Com as instâncias de Governador Valadares, entretanto, não foram obtidas respostas viáveis.

Observando que a penalização era útil, testou-se a expansão das buscas locais. A expansão trouxe bons resultados, tanto quando ela se dava em termos de maior liberdade de escolha dos vizinhos, como também quando mais vértices eram considerados na avaliação da vizinhança.

Como é mostrado na Tabela III, houve uma grande melhora de qualidade entre a estratégia com a busca local original e as estratégias com expansões. Entre a primeira e a última linhas da tabela as diferenças são bastante significativas em todas as instâncias em que se conseguiu obter alguma resposta viável. Além disso, adotando-se a expansão da busca tabu da última linha da Tabela III, com 10 vizinhos e alcance $2T_{MAX}$ (que citaremos a partir daqui apenas como expansão da busca local), em três instâncias todas as respostas obtidas eram factíveis.

Os resultados, embora tenham se mostrado satisfatórios para as instâncias de Salinas e Viçosa, ainda falhavam em obter ao menos uma solução viável para a instância de Governador Valadares, evidenciando que talvez essas soluções só pudessem vir em versões mais elaboradas da busca tabu.

A primeira opção testada foi alterar o algoritmo construtivo, fazendo com que ele ignorasse vértices já cobertos por outras unidades na hora de fazer a classificação dos melhores vértices, como explicado na seção III-C, visando fazer com que as unidades se espalhassem mais pela área. Embora o tempo de execução tenha caído, a qualidade da resposta obtida

também caiu de maneira considerável, mas sem impactar significativamente no desempenho da busca tabu.

Testou-se também uma opção mais distante do algoritmo original, com duas das variações apresentadas na seção III-B: a eliminação da escolha do nó a ser inserido a partir de uma elite e prioridade a maximização da factibilidade ao invés da função objetivo.

Embora tenha se obtido uma nova melhoria na qualidade das respostas (se medidas através do número de respostas viáveis), conforme mostrado na tabela IV, esse método ainda não foi suficiente para gerar respostas factíveis para as instâncias de Governador Valadares.

Foi então investigado o efeito do critério de parada na qualidade das soluções, mais especificamente, do limite de iterações sem melhoras.

Como pode ser visto através da Tabela V, o limite de número de iterações sem melhora exerce um papel bastante relevante na qualidade das respostas, fazendo aumentar ou pelo menos mantendo a chance de obtenção de soluções viáveis em todas as instâncias. Outro aspecto interessante é a redução do desvio padrão do valor da função objetivo, que é bem menor quando o número permitido de iterações sem melhora cresce. Entretanto, o aumento do valor deste parâmetro também não foi eficaz em gerar soluções factíveis para as instâncias da cidade de Governador Valadares.

Cabe salientar que não se pode comparar diretamente os valores dos desvio padrão obtidos por algoritmos com diferentes estratégias de penalização, pois com a penalização aqui proposta os desvios tendem a ser numericamente maiores, devido a maior magnitude dos valores das penalidades.

Na última variação experimentada, fez-se uso da intensificação da busca local executada na busca tabu. Essa intensificação foi inserida na versão com expansão da busca local, e com o limite de $4|U|$ iterações sem melhora.

Prevendo-se que haveria um aumento no tempo total de execução, foi utilizada, junto com a intensificação, uma versão do algoritmo construtivo em que eram desconsiderados os nós pertencentes a arestas já cobertas no ranking dos melhores nós, era feita uma maximização a factibilidade da solução (ou invés da maximização da função objetivo) e onde não havia mais a escolha aleatória de um nó dentro de uma elite de melhores nós.

Na Tabela VI são comparadas duas versões da busca tabu, uma sem e outra com intensificação da busca local. Na versão sem intensificação, foi utilizada a versão padrão do algoritmo construtivo, sem as alterações indicadas no parágrafo anterior.

Como pode ser visto, a intensificação da busca local foi muito útil nas instâncias de Governador Valadares e em uma das instâncias de Salinas. Na primeira cidade, além de encontrar soluções factíveis para as três instâncias, encontrou em mais de 50% das execuções em duas delas.

Cabe salientar que embora haja diferenças entre os algoritmos construtivos das duas versões comparadas na Tabela VI e que essas diferenças interferem na qualidade da solução fornecida pelo algoritmo construtivo, estas diferenças não interferem de maneira significativa nos resultados da busca

Tabela II. COMPARATIVO ENTRE A QUANTIDADE DE RESPOSTAS FACTÍVEIS OBTIDAS USANDO DIFERENTES TIPOS DE PENALIZAÇÃO.

Instâncias	S1	S2	S3	S4	V1	V2	V3	V4
Penalização antiga	0	3	7	22	0	2	0	15
Penalização nova	13	8	18	32	2	0	5	18

Tabela III. COMPARATIVO ENTRE A QUANTIDADE DE RESPOSTAS FACTÍVEIS OBTIDAS DE ACORDO COM O TIPO DE BUSCA LOCAL UTILIZADO.

		Instâncias (ID)										
Vizinhos	Alcance	G1	G2	G3	S1	S2	S3	S4	V1	V2	V3	V4
-	-	0	0	0	13	8	18	32	2	0	5	18
5	T_{MAX}	0	0	0	11	18	25	33	11	15	17	25
5	$2T_{MAX}$	0	0	0	20	36	34	40	7	12	22	35
10	T_{MAX}	0	0	0	25	38	35	37	26	35	32	39
10	$2T_{MAX}$	0	0	0	25	38	40	40	19	26	32	40

Tabela IV. COMPARATIVO DO NÚMERO DE SOLUÇÕES FACTÍVEIS OBTIDAS COM A EXPANSÃO DA BUSCA LOCAL E VERSÕES DISTINTAS DO ALGORITMO CONSTRUTIVO

Instâncias	S1	S2	S3	S4	V1	V2	V3	V4
Antigo algoritmo construtivo	25	38	40	40	19	26	32	40
Novo algoritmo construtivo	31	39	39	40	21	31	36	40

Tabela V. TABELA COMPARATIVA DO DESEMPENHO DA BUSCA TABU COM A EXPANSÃO DA BUSCA LOCAL AO SE ALTERAR O LIMITE DE ITERAÇÕES SEM MELHORA NO CRITÉRIO DE PARADA

Instância	Limite 2 U				Limite 4 U			
	Resposta média	Desvio padrão	Tempo médio	Respostas factíveis	Resposta média	Desvio padrão	Tempo médio	Respostas factíveis
Salinas 1	-61864,3	130338,3	1,1	25	-41795,5	143686,3	1,4	29
Salinas 2	8108,8	8145,4	1,6	38	10198,2	197,0	2,3	40
Salinas 3	10741,1	198,1	2,1	38	10821,3	158,9	2,8	40
Salinas 4	11068,5	255,9	2,2	40	11206,5	83,4	2,9	40
Viçosa 1	-190705,0	751174,0	3,8	19	1304,4	17726,4	5,1	28
Viçosa 2	-1759,8	21078,8	4,8	26	7552,2	15440,9	6,4	34
Viçosa 3	2634,5	26904,0	5,7	32	14728,7	474,8	6,9	40
Viçosa 4	15189,5	481,6	4,7	40	15576,5	413,8	5,7	40

Tabela VI. COMPARATIVO DO NÚMERO DE SOLUÇÕES FACTÍVEIS OBTIDAS COM E SEM A INTENSIFICAÇÃO DA BUSCA LOCAL

Instâncias	S1	S2	S3	S4	V1	V2	V3	V4	G1	G2	G3
Sem intensificação	29	40	40	40	28	34	40	40	0	0	0
Com intensificação	39	40	40	40	29	40	40	40	1	25	33

tabu para as instâncias da cidade de Governador Valadares, de forma que a comparação feita em VI é razoável.

Neste ponto já podemos fazer uma comparação entre o algoritmo de busca tabu original, tal como proposto em [10] e as melhores versões aprimoradas do mesmo propostas neste trabalho.

Na Figura 1 a seguir, é mostrado um comparativo entre as médias das respostas de algumas versões da busca tabu apresentadas, assim como a variação em torno destas médias, obtidas através da aplicação do teste de Tukey. A imagem possui dados apenas das instâncias Salinas 1 e Viçosa 1, mas que representam o que pode ser visto nas outras, inclusive nas instâncias de Governador Valadares.

Como pode ser visto, existe uma diferença significativa na comparação dois a dois entre a versão inicial da busca tabu que utilizava a nova penalização (E1), a busca tabu com a expansão da busca local (E2) e da primeira com a versão com intensificação, tal como descrita anteriormente (E3). Entretanto, ao se comparar E2 e E3, não se obteve o mesmo resultado, mesmo nas instâncias de Governador Valadares, onde havia uma grande diferença na quantidade de soluções factíveis obtidas pelos dois métodos. Uma possível explicação é que, mesmo obtendo muitas soluções factíveis, a versão com intensificação (E3) ainda teve sua média bastante reduzida e principalmente um desvio padrão alto, em decorrência das

penalizações que tinham valores muito elevados nas soluções infactíveis.

A suposta não diferença entre as versões E2 e E3, obtidas pelo teste de Tukey ao se observar apenas os valores da função objetivo das soluções obtida pelos métodos, não deve levar a conclusão de que os dois métodos tem o mesmo desempenho, pois o grande salto no número de soluções viáveis geradas na versão com intensificação (E3) nas instâncias de Governador Valadares mostra que esta versão é mais robusta e eficiente se considerarmos também a métrica de número de soluções viáveis.

Por fim, na Tabela VII, podemos ver um comparativo entre a solução exata, obtida pelo software CPLEX, e pela busca tabu com intensificação. Nesta tabela, são expostos o valor ótimo e o tempo gasto para obtê-lo utilizando o CPLEX, a resposta e tempo médios obtidos pela busca tabu com intensificação, e a resposta média ao se considerar apenas as soluções factíveis.

Como pode ser visto, para as instâncias de Salinas e Viçosa, o CPLEX foi capaz de chegar a respostas ótimas em menos de um minuto. Já nas instâncias de Governador Valadares, quando conseguiu chegar a alguma resposta, isso demorou pelo menos vinte minutos.

Ao se tentar associar o tempo de resolução do modelo ao tamanho das instâncias, pode se notar que embora o tamanho da cidade exerça uma influência considerável na velocidade da

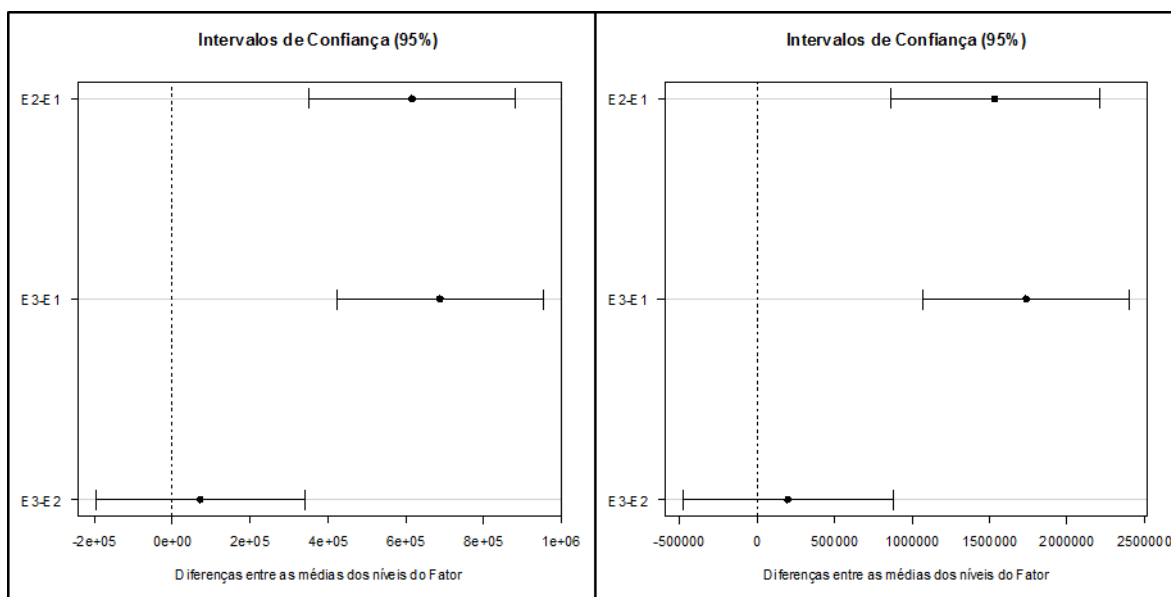


Fig. 1. Gráfico comparativo do teste de Tukey sobre os valores de função objetivo obtidos por diferentes versões da busca. E1) Busca tabu original mas já com nova penalização; E2) Busca tabu com expansão da busca local; E3) Busca tabu com intensificação. Resultados correspondentes as instâncias Salinas 1 (esquerda) e Viçosa 1 (direita).

execução, o número de unidades não apresenta uma correlação com o mesmo.

Ainda a respeito da resolução exata, nota-se também que o resposta ótima das instâncias Salinas 3 e Salinas 4 são bastantes próximas, diferindo apenas por um valor que corresponderia ao lucro associado a cobertura de uma ou duas arestas. Além disso, as instâncias Governador Valadares 1 e Governador Valadares 2 tem a mesma resposta ótima. Isto é um indicativo que a partir de um certo número de unidades, a inclusão de novas unidades não impacta significativamente na cobertura ou que com a quantidade de unidades disponibilizadas obtém-se a cobertura total do grafo da instância.

Ao se avaliar o desempenho da busca tabu, pode-se ver que para as instâncias em que o algoritmo encontrou respostas ótimas em todas as execuções (Salinas 2, Salinas 3, Salinas 4, Viçosa 2, Viçosa 3 e Viçosa 4), as respostas médias foram bastante próximas da resposta ótima, ultrapassando 90% desta nas instâncias de Salinas e 84% nas de Viçosa. Já para as instâncias Salinas 1 e Viçosa 1, quando foram consideradas apenas soluções factíveis obteve-se respostas médias com pelo menos 85% do valor da resposta ótima.

Já no caso das instâncias de Governador Valadares, as respostas médias não alcançaram valores positivos, embora, quando eram consideradas apenas respostas factíveis, obteve-se médias que chegavam a pelo menos 75% do valor ótimo.

Ao se observar o tempo gasto pela busca tabu para chegar a essas respostas, nota-se que o tempo médio de convergência da heurística é entre 4,8 e 10 vezes menor que o tempo necessário para se obter uma resposta ótima no CPLEX. As diferenças são numericamente pequenas para as instâncias de Salinas e Viçosa, mas grandes para as de Governador Valadares.

Analisou-se ainda a influência do tempo de convergência na obtenção de soluções factíveis. Viu-se que o tempo médio de convergência nas soluções factíveis não ultrapassa 15% do

tempo médio de convergência das execuções em geral. Nas instâncias de Salinas, quando houve solução não factível, a diferença entre o tempo médio de convergência foi insignificante.

Em uma última consideração sobre os resultados, pode-se dizer que embora seja viável esperar o tempo gasto pelo CPLEX em todas as instâncias, com exceção da instância Governador Valadares 1, para se alocar as unidades seguindo o modelo proposto, as soluções heurísticas, com a qualidade exibida acima, é bastante útil para situações em que se exige uma rápida realocação de unidades (por exemplo, nas instâncias da cidade de Governador Valadares), ou em que o modelo aqui proposto sirva como base na resolução de modelos maiores ou de procedimentos heurísticos iterativos para resolução dos mesmos, pois o baixo tempo de convergência pode se tornar significativo em repetidas execuções.

VI. CONCLUSÃO

A segurança pública é um dos principais pontos da administração pública. Tentativas de utilização de métodos de otimização para resolver questões específicas desta área são numerosos mas ainda há muitas questões em aberto.

Neste trabalho, buscou-se aprimorar métodos heurísticos para resolver um modelo de alocação de unidades policiais em áreas urbanas. Nele, visa-se a maximização do lucro associado a cobertura proporcionada por essa alocação mas com restrição de obrigatoriedade de cobertura, pelo menos parcial, de todos os pontos.

Através dos vários métodos testados aqui foi possível aumentar a chance de obtenção de soluções factíveis consideravelmente. Em especial, obteve-se um bom número de soluções factíveis para duas das três instâncias de Governador Valadares. Foi possível ainda diminuir os desvios dos valores das função objetivo obtidos.

Tabela VII. TABELA COMPARATIVA ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS NA BUSCA TABU COM INTENSIFICAÇÃO (VERSÃO E3 CONFORME FIGURA 1) E A SOLUÇÃO EXATA OBTIDA VIA CPLEX.

Instância	CPLEX		Busca tabu				
	Resposta	Tempo	Resposta média	Tempo médio	Resposta média (factíveis)	Gap	Gap (Factíveis)
Salinas 1	10478	17,3	1147,4	1,7	8966,9	0,890	0,140
Salinas 2	11086	22,5	10172,5	2,3	10172,5	0,082	0,080
Salinas 3	11313	13,5	10490,3	2,8	10490,3	0,073	0,070
Salinas 4	11317	27,7	10615,5	2,4	10615,5	0,062	0,070
Viçosa 1	14928	42,4	2013,0	6,4	12378,8	0,865	0,170
Viçosa 2	16137	38,8	13640,8	7,5	13640,8	0,155	0,150
Viçosa 3	16833	48,5	14697,8	8,6	14697,8	0,127	0,130
Viçosa 4	17293	46,9	15177,2	7,0	15177,2	0,122	0,120
Governador Valadares 1	-	3578,9	-210025,7	169,9	49970,0		
Governador Valadares 2	63113	2224,6	-74166,8	227,0	49558,0	2,175	0,210
Governador Valadares 3	63113	1494,0	-11085,3	255,7	53000,2	1,176	0,160

Pelo desempenho apresentado principalmente nas instâncias de maior porte, pode-se dizer que a melhor versão da busca tabu é a que emprega a intensificação da busca local. Ela consegue gerar apenas soluções viáveis em metade das instâncias em um tempo que chega a ser dez vezes menor que o gasto para se obter uma resposta ótima utilizando o CPLEX.

Pode ser observado ainda que a restrição de obrigatoriedade de proximidade guia a busca tabu em direções contrárias às que ela seguiria se tentasse apenas maximizar o valor da função objetivo sem considerar as penalizações. Embora este antagonismo fosse esperado, um vez que a função deste tipo de restrição é evitar o acúmulo de unidades em regiões lucrativas com possíveis abandonos de grandes áreas, ele dificulta a obtenção de respostas viáveis de qualidade pelas heurísticas.

Como sugestão de trabalhos futuros, no âmbito de problemas determinísticos, pode-se estudar a influência do tamanho de raio de cobertura e da quantidade de níveis de obrigatoriedade de cobertura nas soluções. Pode-se também abordar um modelo mais próximo do modelo de cobertura máxima gradual, com os valores dos lucros associados a cobertura variando de acordo com a distância que a unidade está de cada vértice ou aresta.

O modelo tratado aqui ainda pode ser estendido para montar escalonamento de horários de policiais, de maneira que se maximize a cobertura, ou então realocações rápidas e reativas a chamadas de serviço. Neste caso, várias configurações de disponibilidade de unidades deverão ser testadas ao mesmo tempo, o que favoreceria a utilização de heurísticas rápidas, mesmo que não ótimas, em detrimento de resoluções que garantissem respostas ótimas.

Partindo para o lado probabilístico, poderia-se adaptar a restrição de obrigatoriedade de proximidade para problemas de cobertura probabilística já conhecidos, uma abordagem que no melhor do nosso conhecimento, ainda não foi utilizada.

Por fim, as abordagens aqui descritas podem ser testadas para resolver situações reais ou com cidades de grande porte, com aproximadamente um milhão de habitantes ou mais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES, CNPq e FAPEMIG pelo financiamento parcial do projeto. O primeiro autor trabalhou neste projeto com financiamento da CAPES.

REFERENCES

- [1] J. J. Waiselfisz, "Mapa da violência 2013. homicídio e juventude no brasil," tech. rep., Centro Brasileiro de Estudos Latino Americanos, 2013.
- [2] D. Cerqueira, *O jogo dos sete mitos e a miséria da segurança pública no Brasil*. Rio de Janeiro: IPEA, 2005.
- [3] L. E. Cohen and M. Felson, "Social change and crime rate trends: A routine activity approach," *American Sociological Review*, vol. 44, no. 4, pp. pp. 588–608, 1979.
- [4] Z. Su, Y. Fu, and Y. Liu, *A Two-Level Model for Police Patrol Problem with Emergency Responses*, ch. 101, pp. 734–740. 2010.
- [5] I. CHAIKEN, "Patrol car allocation model: Executive sumwry," 1975.
- [6] B. A. Saladin, "Goal programming applied to police patrol allocation," *Journal of Operations Management*, vol. 2, no. 4, pp. 239–249, 1982.
- [7] S. S. Chawathe, "Organizing hot-spot police patrol routes," in *Intelligence and Security Informatics, 2007 IEEE*, pp. 79–86, IEEE, 2007.
- [8] L. Li, Z. Jiang, N. Duan, W. Dong, K. Hu, and W. Sun, "Police patrol service optimization based on the spatial pattern of hotspots," in *Service Operations, Logistics, and Informatics (SOLI), 2011 IEEE International Conference on*, pp. 45–50, July 2011.
- [9] M. Takamiya and T. Watanabe, "Planning high responsive police patrol routes with frequency constraints," in *Proceedings of the 5th International Conference on Ubiquitous Information Management and Communication*, ICUIMC '11, (New York, NY, USA), pp. 87:1–87:8, ACM, 2011.
- [10] N. F. M. Mendes, A. G. d. Santos, and L. B. Gonçalves, "Métodos para o problema de posicionamento de unidades policiais," in *Anais do XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, XLVI SBPO*, pp. 639–650, 2014.
- [11] K. M. Curtin, K. Hayslett-McCall, and F. Qiu, "Determining optimal police patrol areas with maximal covering and backup covering location models," *Networks and Spatial Economics*, vol. 10, no. 1, pp. 125–145, 2010.
- [12] Y. Zhang and D. Brown, "Police patrol districting method and simulation evaluation using agent-based model & gis," *Security Informatics*, vol. 2, pp. 1–13, 03/2013 2013.
- [13] S. J. D'Amico, S.-J. Wang, R. Batta, and C. M. Rump, "A simulated annealing approach to police district design," *Computers & Operations Research*, vol. 29, no. 6, pp. 667–684, 2002.
- [14] A. M. Gurgel, R. J. P. Ferreira, and D. J. Aloise, "Modelagem de problemas da segurança pública : Uma proposta de modelos para a localização de bases policiais e roteirização de viaturas," in *Anais XXX Encontro Nacional de Engenharia de Produção, ENEGEP 2010*, 2010.
- [15] B. B. Keskin, S. R. Li, D. Steil, and S. Spiller, "Analysis of an integrated maximum covering and patrol routing problem," *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 48, no. 1, pp. 215 – 232, 2012. Select Papers from the 19th International Symposium on Transportation and Traffic Theory.
- [16] H. Lau, G. T. Ho, Y. Zhao, and W. Hon, "Optimizing patrol force deployment using a genetic algorithm," *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 12, pp. 8148 – 8154, 2010.
- [17] B. B. Pal, D. Chakraborti, P. Biswas, and A. Mukhopadhyay, "An

application of genetic algorithm method for solving patrol manpower deployment problems through fuzzy goal programming in traffic management system: a case study,” *International Journal of Bio-Inspired Computation*, vol. 4, no. 1, pp. 47–60, 2012.

- [18] S. Ruan, C. Meirina, F. Yu, K. R. Pattipati, and R. L. Popp, “Patrolling in a stochastic environment,” tech. rep., DTIC Document, 2005.
- [19] A. Melo, V. Furtado, and A. L. Coelho, “Descoberta automática de pontos de saída de criminosos em áreas urbanas: uma abordagem genética acoplada a um modelo de simulação baseado em inteligência coletiva,” *Encontro Nacional de Inteligência Artificial*, vol. 6, 2007.
- [20] D. d. Vasconcelos, “Gapatrol - uma abordagem evolutiva para otimização de rotas de patrulha policial via calibração de simulação multiagens.”
- [21] T. E. M. L. Cançado, “Alocação e despacho de recursos para combate à criminalidade,” 2005.
- [22] D. E. Brown, “The regional crime analysis program (recap): a framework for mining data to catch criminals,” in *Systems, Man, and Cybernetics, 1998. 1998 IEEE International Conference on*, vol. 3, pp. 2848–2853, IEEE, 1998.
- [23] V. Furtado and E. Filho, “Geosimulation in education : The expertcop system,” in *Agent based simulation workshop proceedings*, vol. 5, 2004.
- [24] H. Chen, D. Zeng, H. Atabakhsh, W. Wyzga, and J. Schroeder, “Coplink: Managing law enforcement data and knowledge,” *Commun. ACM*, vol. 46, pp. 28–34, Jan. 2003.
- [25] LESTE, “Terra crime,” 2014.
- [26] B. A. Saladin, “Simulation of a police patrol activity,” *Omega*, vol. 11, no. 4, pp. 377 – 384, 1983.
- [27] L. Brotcorne, G. Laporte, and F. Semet, “Ambulance location and relocation models,” *European journal of operational research*, vol. 147, no. 3, pp. 451–463, 2003.
- [28] V. Schmid and K. F. Doerner, “Ambulance location and relocation problems with time-dependent travel times,” *European journal of operational research*, vol. 207, no. 3, pp. 1293–1303, 2010.
- [29] H. K. Rajagopalan, C. Saydam, and J. Xiao, “A multiperiod set covering location model for dynamic redeployment of ambulances,” *Computers & Operations Research*, vol. 35, no. 3, pp. 814–826, 2008.
- [30] S. Budge, A. Ingolfsson, and E. Erkut, “Technical note—approximating vehicle dispatch probabilities for emergency service systems with location-specific service times and multiple units per location,” *Operations Research*, vol. 57, no. 1, pp. 251–255, 2009.
- [31] R. A. Takeda, J. A. Widmer, and R. Morabito, “Analysis of ambulance decentralization in an urban emergency medical service using the hypercube queueing model,” *Computers & Operations Research*, vol. 34, no. 3, pp. 727–741, 2007.
- [32] P. Beraldi, M. E. Bruni, and D. Conforti, “Designing robust emergency medical service via stochastic programming,” *European Journal of Operational Research*, vol. 158, no. 1, pp. 183–193, 2004.
- [33] P. Beraldi and M. E. Bruni, “A probabilistic model applied to emergency service vehicle location,” *European Journal of Operational Research*, vol. 196, no. 1, pp. 323–331, 2009.
- [34] R. Church and C. R. Velle, “The maximal covering location problem,” *Papers in regional science*, vol. 32, no. 1, pp. 101–118, 1974.
- [35] R. Z. Farahani, N. Asgari, N. Heidari, M. Hosseini, and M. Goh, “Covering problems in facility location: A review,” *Computers & Industrial Engineering*, vol. 62, no. 1, pp. 368 – 407, 2012.
- [36] R. T. Coupe and L. Blake, “The effects of patrol workloads and response strength on arrests at burglary emergencies,” *Journal of Criminal Justice*, vol. 33, no. 3, pp. 239–255, 2005.